

CHAPITRE I

INTRODUCTION A LA COMPLEXITÉ DE L'ESPACE-TEMPS

La Physique de notre siècle a accompli de larges avancées vers cet objectif tant souhaité par la science d'une représentation *unifiée* des phénomènes de l'Univers. La plupart de ces progrès ont été la conséquence directe d'une meilleure connaissance et compréhension de la notion d'espace-temps, les physiciens découvrant toujours mieux la *complexité* de cet espace-temps.

Le mot «complexité» doit être pris ici, comme nous nous efforcerons de le démontrer, avec non seulement sa signification du langage courant, mais aussi avec son sens mathématique. Comme on s'en souvient, le «simple» cadre de représentation qui avait cours jusqu'au siècle dernier, où espace et temps n'étaient que le lieu «absolu» dans lequel prenaient place les phénomènes de l'Univers, s'est peu à peu «complexifié» : il est tour à tour devenu le continuum espace-temps de la Relativité restreinte (1905) dans lequel les mesures du temps n'étaient plus dissociables des mesures d'espace (la distance entre deux points dépend de notre vitesse relative par rapport à ces points); puis, avec la Relativité générale (1915), Einstein montrait que les unités de mesure du temps et de l'espace dépendaient du contenu physique du lieu où se déroulaient ces mesures; vinrent ensuite les espaces-temps susceptibles de posséder deux sortes de courbures et une torsion (géométries affines, théories de jauge); dès cette même époque on voit poindre la possibilité d'un espace-temps à plus de quatre dimensions, préparant les théories actuelles dites de «grande unification» faisant appel à dix (Supercordes) ou onze (Supergravité) dimensions. Dans les plus récentes théories de bosons vecteurs (1985) on considérera la possibilité d'une infinité de dimensions.

La Relativité complexe, qui fait l'objet de la présente recherche, se contente pour sa part des quatre dimensions riemanniennes d'espace et de temps telles qu'elles ont été introduites par Einstein : mais, au lieu de choisir ces dimensions purement réelles (espace) ou purement imaginaires (temps), ou vice versa, comme on le fait en Relativité générale, chacune de ces quatre dimensions est, en Relativité complexe, précisément une dimension «complexe» au sens mathématique, c'est-à-dire *à la fois* réelle et imaginaire.

Écrivons d'une manière très générale les coordonnées riemanniennes de chaque point en Relativité complexe sous la forme :

$$(1-1) \quad \begin{cases} r = \dot{r} + i\tilde{r} \\ t = \dot{t} + i\tilde{t} \end{cases} \quad (i = \sqrt{-1})$$

où r et t sont respectivement appelés espace et temps. Nous procédons de manière conventionnelle à la partition suivante de l'espace-temps total (Univers) de la Relativité complexe, distinguant entre le RÉEL et l'IMAGINAIRE :

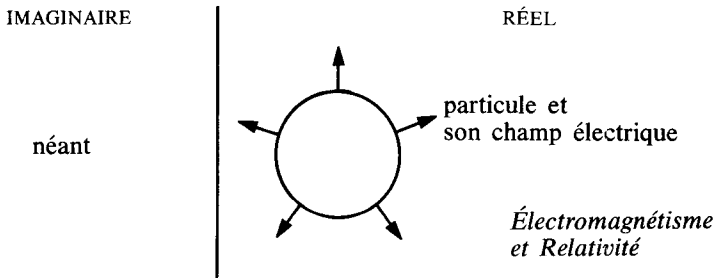
$$(1-2) \quad \begin{cases} \text{RÉEL} & \tilde{t} = \dot{r} = 0 \\ \text{IMAGINAIRE} & \dot{t} = \tilde{r} = 0 \end{cases} \quad \forall r, t \in [-\infty, +\infty].$$

I. LES PRINCIPAUX MODÈLES SUCCESSIFS DE LA PARTICULE DE MATIÈRE

Commençons par rappeler brièvement les principales orientations de la recherche pour la représentation en Physique d'une particule de matière depuis le début de notre vingtième siècle.

1. 1900-1925 : Électromagnétisme et Relativité.

La particule ressemble encore en gros à une « boule de billard », dont peut parfois émerger (particules chargées) un champ électrique.



La particule se déplace au cours du temps selon une trajectoire entièrement déterministe, dans un espace qu'Einstein a montré être un continuum espace-temps susceptible de posséder une courbure riemannienne variant d'un point à un autre, cette courbure dépendant directement de la densité d'impulsion-énergie du lieu. La particule

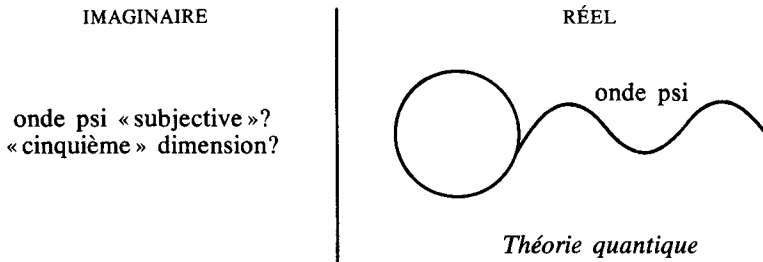
elle-même peut être considérée comme une sorte de « compactification » locale de l'espace-temps, la densité d'impulsion-énergie étant plus particulièrement élevée au point précis où se situe la particule. La gravitation est la conséquence de cette propriété de la particule de « courber » l'espace autour d'elle. Le champ électrique, dont peut éventuellement être dotée la particule, a à cette époque (et a encore en fait aujourd'hui) une origine mystérieuse, mais ses effets sur l'espace entourant la particule sont cependant correctement représentés par la théorie électromagnétique et les équations de Maxwell.

L'Univers de ce début de siècle est donc *uniquement* constitué de ce que nous avons nommé le Réel, entièrement décrit dans le cadre des théories de l'Électromagnétisme et de la Relativité (restreinte et générale). Quant à ce que nous avons nommé ci-dessus l'Imaginaire, une telle région est supposée n'avoir aucune existence « réelle » dans l'Univers qu'appréhende la Physique. L'Imaginaire peut sans doute être associé d'une certaine manière à quelque chose prenant place dans la tête du physicien, mais cela n'a certainement rien à voir avec la particule de matière qu'observe et étudie le physicien. Cependant, il est vrai, Einstein et Minkowski ont montré que le temps pouvait être considéré comme une dimension « imaginaire » de notre Univers, mais avec la définition exacte que donnent les mathématiciens à ce mot « imaginaire ». La région que nous avons nommée « Imaginaire » dans (1-2) ci-dessus est donc, pour la Physique d'alors, un pur « néant ».

2. 1925-1950 : la Théorie quantique et l'aspect ondulatoire.

Les physiciens ont maintenant découvert que l'image de la « boule de billard électrisée » acceptée jusqu'alors était sans aucun doute une représentation *très incomplète* de la particule de matière. Il est notamment apparu un caractère ondulatoire qu'il est devenu indispensable d'associer à la représentation particulaire. Curieusement cependant, cette onde (traditionnellement nommée « onde psi » par les physiciens) ne possède pas un véritable caractère « objectif », mais plutôt un caractère « subjectif » : d'abord, psi est une onde de phase, qui se propage à vitesse *infinie* dans le référentiel propre de la particule; d'autre part, le carré de l'amplitude de cette onde psi, après une normalisation appropriée, est relatif à la *connaissance* que l'observateur-physicien possède à chaque instant de la position et de l'impulsion-énergie de la particule; enfin, cette connaissance que procure l'onde psi n'est pas totale, elle n'est que « probabiliste », l'onde psi ne fournit que la probabilité de pouvoir observer la particule ici ou là à tel instant : comme s'il fallait laisser un « choix » de sa trajectoire à cette entité matérielle qu'est une particule! On serait tenté de dire que la véritable entrée en scène de l'Imaginaire en Physique, non seulement avec sa définition mathématique mais encore tel qu'on l'entend communément, prend place avec cette apparence (et

semble-t-il inévitable) caractère « subjectif » associant la particule de matière à son observateur.



Pendant cette même période le physicien russe Kaluza, à la recherche d'une première représentation unifiée des deux aspects gravitationnel et électromagnétique de la particule de matière, propose de représenter cette « unification » dans un cadre spatial élargi à une *cinquième dimension* du continuum riemannien d'espace-temps, encourageant ainsi l'idée qu'une partie « inobservable » (ou en tout cas encore inobservée) de notre Univers pourrait bien jouer un rôle dans la représentation *complète* de notre Univers. Cette cinquième dimension de Kaluza n'était-elle pas un nouvel indice de la présence d'une région Imaginaire (mais cependant représentable) de notre Univers total?

Entre-temps, de nouvelles interactions étaient venues s'ajouter à l'électromagnétisme et la gravitation pour caractériser la particule matérielle : les interactions faibles et fortes. Des tentatives géométriques nombreuses (effectuées notamment par Einstein lui-même) se développaient sans cesse pour tenter d'unifier au moins gravitation et électromagnétisme, avec à l'horizon l'ambition de pouvoir un jour étendre cette unification aux nouvelles interactions faibles et fortes. C'est l'époque des géométries non riemanniennes, où viennent s'ajouter à la courbure de rotation du continuum espace-temps (seule présente en Relativité générale) une courbure d'homothétie et une torsion.

3. 1950-1970 : les théories non abéliennes de jauge et l'aspect ponctuel.

L'image que se forment les physiciens de la particule de matière va maintenant à la fois se simplifiant et pourtant devenant plus « sophistiquée ». Les données expérimentales (facteur de forme) et théoriques (facteur de coupure) montrent que ce qui semble vraiment « élémentaire » dans la particule est *ponctuel*; et ponctuel au sens mathématique, c'est-à-dire que la particule occupe à chaque instant du temps un volume *nul* d'espace, c'est un *point d'espace-temps* rigoureusement ponctuel. C'est le cas des quarks entrant dans la composition des hadrons, maintenus entre eux par un champ bosonique de gluons ayant

eux-mêmes des « partenaires fermioniques » ponctuels. L'idée prend alors progressivement corps chez les physiciens que, puisqu'une structure rigoureusement ponctuelle n'a plus d'autres « détails » géométriques de représentation que celui d'être précisément un point à chaque instant du temps, on va rechercher ces détails dans des caractéristiques purement *abstraites*, c'est-à-dire non directement observables dans l'espace-temps (Réel). On parlera, par exemple, de l'étrangeté, du charme, de la beauté de la particule; ou encore du haut, du bas, ou de la couleur de cette particule; mais sans jamais donner à ces mots leur signification observable courante. Même les caractères de « symétrie », qui vont jouer un rôle très important, seront des symétries entre caractéristiques abstraites, mais non pas des symétries au sens géométrique.

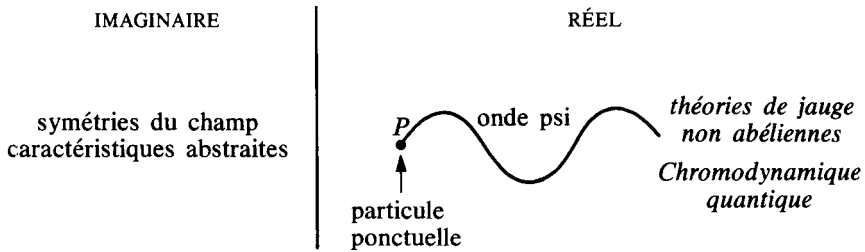
Un grand progrès dans la généralisation de la représentation est cependant accompli à l'école des méthodes dites « d'invariance », dont la Relativité d'Einstein a donné l'exemple : il paraît clair que la représentation des phénomènes physiques ne doit pas dépendre de l'observateur, et notamment du choix que cet observateur pourrait faire des unités de mesure de l'espace et du temps, toujours soumises aux particularités de mouvement de l'observateur. C'est ce que, après Hermann Weyl, on va nommer l'*invariance de jauge*. Les théories bénéficiant de l'invariance de jauge (ou théories de jauge) sont alors devenues le pivot pour les modèles particuliers. Une classe spéciale de théorie de jauge est dite « non abélienne », et s'appuie sur la notion mathématique de groupe de symétrie, par exemple SU (2).

Geoffrey Chew et sa théorie dite du « bootstrap » (lacet de botte) démontre à la même époque (années 70) que, puisque les détails géométriques directement observables sont pratiquement inexistant chez une particule rigoureusement ponctuelle, on peut cependant encore parler de la géométrie *des liaisons* entre une particule individuelle et toutes les particules qui l'entourent dans l'Univers. Ici, c'est *le Tout* qui définit l'Un, au lieu qu'on parlait précédemment de l'influence de l'Un sur le Tout. La difficulté est cependant, dans le bootstrap, que le Tout est généralement encore plus difficilement connu (et même connaissable) que l'Un. Comment donc aller, grâce à un Tout incomplètement connu, vers un UN qu'on voudrait mieux connaître?

Quoi qu'il en soit, ces diverses approches ont conduit à des succès théoriques importants, dont beaucoup sont confirmés au moyen de vérifications expérimentales précises. Ces résultats ont en fait permis une première unification entre l'électromagnétisme et les interactions faibles (interactions unifiées alors dites *électrofaibles*). D'autre part, la théorie de jauge des quarks et des gluons dans la structure hadronique, s'appuyant essentiellement sur la notion de « couleur » (jouant un rôle un peu analogue à la charge électrique en théorie électromagnétique), a permis de proposer une *chromodynamique quantique* qui ambitionnerait de pouvoir unifier les interactions fortes aux interactions électrofaibles (« grande unification »). Cependant, indépendamment du fait que cette unification électrofaible-forte manque encore aujourd'hui (1986) de

vérifications expérimentales, notons aussi qu'une telle unification laisserait cependant encore à part *la gravitation*.

On peut cependant retenir de cette période de progrès en Physique cette idée du nécessaire aspect *ponctuel* qui doit désormais former la base de toute représentation de la particule de matière.



Cependant, une question non triviale (et même quelque peu paradoxale) ne pouvait pas être totalement évitée à ce point de développement de la Physique : c'était une Physique fournissant une représentation des phénomènes prenant place dans l'espace-temps observable (le Réel) où pratiquement les particules de matière n'étaient plus « observables », puisque ces particules se présentaient comme des structures *ponctuelles*; chacun de ces « points » (donc sans volume) est lui-même associé à une onde *psi* purement *subjective*, dont le rôle n'est pas de nous renseigner sur la structure géométrique de la particule mais sur ce que l'observateur est susceptible de connaître (de manière probabiliste) de la position et de la vitesse de la particule à tel instant. Que restait-il donc de la bonne vieille Physique ayant encore cours dans la première partie du siècle, avec sa prétention de se construire *uniquement* sur les données *observables*, donc « objectives », afin d'éviter de laisser pénétrer dans son formalisme des « imaginations »? Que restait-il puisque le cadre du Réel semblait, à la veille de cette fin de siècle, s'être complètement « vidé » de son contenu géométrique *directement* observable?

4. 1970 à ce jour : les théories à dimensions « cachées ».

Ici revient l'idée que l'espace-temps est sans doute encore plus « complexe » qu'Einstein ne l'avait laissé croire avec sa révolution relativiste. Puisqu'il n'était plus possible de situer dans l'espace-temps quadridimensionnel du Réel des structures « étendues » observables composant la matière, cela devint une conclusion logique de supposer que cette particule « ponctuelle et à localisation subjective » devait être représentée en faisant appel à une partie « cachée » de l'espace-temps; ou, exprimé en d'autres mots, que le Réel observable quadridimensionnel

« courbé » constituait un cadre de représentation *insuffisant* pour fournir une représentation COMPLÈTE des phénomènes physiques.

Continuons pour le moment de nommer *Imaginaire* cette région supposée « cachée » de notre Univers; le temps paraissait venu pour les physiciens de considérer très sérieusement la possibilité d'une représentation de l'Univers comprenant *à la fois* le Réel et l'Imaginaire.

Cette conclusion étant, durant la dernière décennie, généralement acceptée en Physique théorique, la question cruciale devenait alors de décider (ou de choisir) QUELLES dimensions supplémentaires il fallait adopter de façon à obtenir la représentation la plus satisfaisante et la plus complète de notre Univers.

Nous allons mentionner ici ce qui nous paraît être aujourd'hui (1986) les deux directions principales de recherche pour exploiter cette idée de dimensions « cachées » possibles dans une représentation plus *complète* de notre Univers physique :

- Les dimensions additionnelles sont du type « espace » seulement, et forment ce que nous nommerons l'*antiespace*; le temps de l'Univers reste relativiste et unique.
- Les dimensions additionnelles comprennent aussi un nouveau temps, le temps de l'Imaginaire, que nous nommerons *antitemps*.

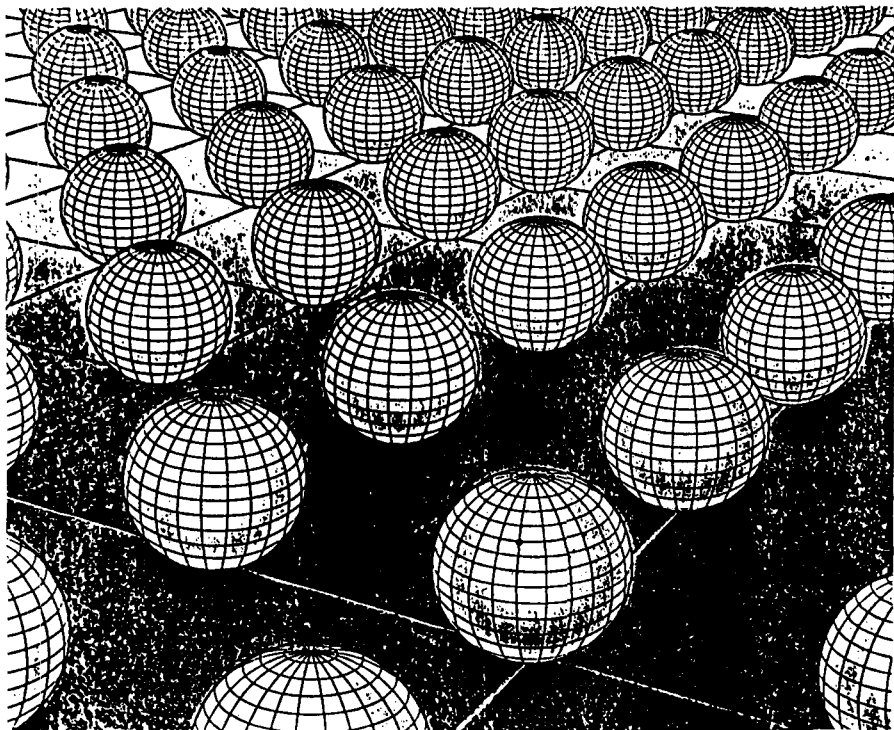
4.1. LES MODÈLES D'UNIVERS A DIMENSIONS « CACHÉES » D'ESPACE ET D'ESPACE SEULEMENT.

Comme nous l'avons noté dès le début de ce chapitre, un progrès dans la représentation des phénomènes s'accompagne généralement d'une meilleure connaissance de l'espace-temps, avec pour résultat *d'unifier* toujours un peu plus cette représentation. Les théories de jauge ont apporté avec elles l'unification électrofaible; le pas suivant paraît devoir être d'incorporer de manière satisfaisante les interactions fortes à l'unification précédente (« grande unification »). Ensuite, si on y réussit, il restera bien sûr à joindre la gravitation à ce formalisme unifié — obtenant ainsi ce qu'on pourrait appeler la « Super-unification »!

Nous choisirons pour exemples des tentatives de « grande unification » celle d'Abdus Salam (déjà prix Nobel pour sa contribution à l'unification électrofaible) avec sa *Supergravité*, et celle de John Schwarz avec sa théorie des *Supercordes*.

Nous ne prétendons naturellement pas vouloir entrer ici dans les détails de ces deux théories, même brièvement. Nous rappellerons seulement que ces théories, *qui conservent le temps relativiste habituel d'Einstein*, admettent l'existence de dimensions additionnelles d'espace venant compléter les trois dimensions relativistes usuelles. L'objectif de cette « ouverture » du cadre de représentation à un nouvel espace (que nous nommerons « antiespace ») est clair : unifier de cette manière le formalisme des interactions électrofaibles avec celui des interactions fortes. Le nombre proposé de dimensions « cachées » additionnelles constituant l'antiespace varie dans chacune de ces théories, il est

généralement (et actuellement) de six ou sept, admettant ainsi pour représenter notre Univers un *total* de dix ou onze dimensions (quand on prend aussi en compte les quatre dimensions observables « usuelles »).



Nous avons tenté de « visualiser » de telles tentatives de grande unification dans l'illustration ci-dessus (empruntée au *Scientific American* de mars 1985) : le plan (en sombre dans l'illustration) représente la géométrie de l'espace-temps quadridimensionnel « ordinaire » (Réel), qui à une grande échelle est presque plat; les lignes de coordonnées tracées sur ce plan représentent d'une part l'axe d'espace et, perpendiculairement, l'axe du temps. Les sphères qui apparaissent à l'intersection des lignes de coordonnées représentent les dimensions additionnelles « cachées » et recourbées sur elles-mêmes postulées par la théorie, permettant la représentation de l'antiespace. De toute évidence, l'illustration peut seulement suggérer l'apparence de la structure postulée. Il faudrait imaginer les sphères de l'antiespace comme tangentes au plan (espace-temps du Réel) *en chaque point* de ce plan (donc une infinité de sphères constituant l'antiespace). Par ailleurs, dans l'illustration chacune des sphères et le plan ne donnent naissance qu'à 4 dimensions (la surface du plan et la *surface* de chaque sphère), alors que les théories mentionnées postulent, comme nous l'avons déjà noté, *dix ou onze* dimensions.